

**Definition:** Unter dem einer Wahrscheinlichkeitsverteilung  $E_i$ , durch die die Konsequenzen einer Alternative  $a_i$  gekennzeichnet werden, entsprechenden Sicherheitsäquivalent versteht man den sicheren Einkommensbetrag  $S(a_i)$  der dem Entscheidenden gerade als gleichwertig mit der (unsicheren) Alternative  $a_i$  erscheint.

oder: Mit Sicherheit eintretender Ergebniswert, der einer (unsicheren) Verteilung alternativ möglicher Ergebnisse äquivalent ist.

Daraus folgt: Der durch die Präferenzfunktion bestimmte Präferenzwert der Ergebnisverteilung  $E_i$  muss mit dem Präferenzwert des Sicherheitsäquivalents übereinstimmen.

Formal:  $\Phi[S(a_i)] = \Phi[E_i]$

Nachfolgend wird bei allen Beispielen auf die gleiche Ergebnismatrix Bezug genommen.

	$s_1$ $p_1=0,9$	$s_2$ $p_2=0,1$
$a_1$	10	1000

**Beispiel 1: Risikoneutrales Verhalten**

Entscheidungsregel:  $\mu$ -Prinzip:

Präferenzfunktion:  $\mu_i = \sum_{j=1}^n e_{ij} \cdot p_j$

Präferenzwert:  $\varphi(a_1) = \mu_1 = 10 \cdot 0,9 + 1000 \cdot 0,1 = 109$

Bei der Bestimmung des Sicherheitsäquivalents ist danach zu fragen, welcher **sichere** Betrag (d. h.  $\sigma = 0$ ) zu dem gleichen Präferenzwert führt wie die unsichere Alternative  $a_i$ . Bei Anwendung des  $\mu$ -Prinzip lässt der Entscheider das Risiko (ohnehin) außer acht, d. h. er verhält sich **risikoneutral**. In diesem Fall stimmen Erwartungswert und Sicherheitsäquivalent überein:  $S(a_1) = \Phi[S(a_i)] = 109 = \mu$

Der Erwartungswert eines sicheren Betrages ist (natürlich) der sichere Betrag selbst.

**Beispiel 2a: Risikoscheues Verhalten**Entscheidungsregel:  $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip:Präferenzfunktion:  $\varphi(a_i) = \Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - \alpha \cdot \sigma_i$ ,wobei  $\mu_1 = 109$  und  $\sigma_1 = 297$ . Es sei  $\alpha = 0,3$  ( $\Rightarrow$  Risikoscheu)Präferenzwert:  $\varphi(a_1) = 109 - 0,3 \cdot 297 = 19,9$ 

Bei der Bestimmung des Äquivalenzwertes ist wieder danach zu fragen, welcher **sichere** Betrag ( $\sigma = 0$ ) zu dem gleichen Präferenzwert führt, wie die unsichere Alternative  $a_i$ , also  $\Phi[S(a_i)] = 19,9 = \Phi[a_i]$ . Dazu ist  $S(a_i)$  in die Präferenzfunktion einzusetzen, wobei wieder zu beachten ist, dass der Erwartungswert des sicheren Betrags der sichere Betrag  $S$  selbst ist und das Risiko null ist.  $\Phi[S(a_i)] = S(a_i) - 0,3 \cdot 0 = 19,9 \Leftrightarrow S(a_i) = 19,9$

Ein sicherer Betrag (ohne jedes Risiko) von 19,9 stiftet also (subjektiv) den gleichen Nutzen (= Präferenzwert), wie die unsichere Alternative  $a_1$ , wenn sie nach dem  $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip in der oben angegebenen Form bewertet wird. Dabei gilt allgemein, dass bei risikoscheuem Verhalten das Sicherheitsäquivalent kleiner als der Erwartungswert einer unsicheren Alternative ist. Hier ist  $S(a_i) = 19,9 < 109 = \mu_i$

Der Entscheidungsträger wäre also schon zur Zahlung eines unter dem Erwartungswert liegenden Betrages  $S$  bereit, wenn er dafür nur das Risiko „loswürde“. Die Differenz zwischen Erwartungswert und Sicherheitsäquivalent wird gelegentlich auch als Risikoprämie bezeichnet.

**Beispiel 2b: Risikofreudiges Verhalten**Präferenzfunktion:  $\varphi(a_i) = \Phi(\mu_i, \sigma_i) = \mu_i - \alpha \cdot \sigma_i$ ,wobei  $\mu_1 = 109$  und  $\sigma_1 = 297$ . Es sei  $\alpha = -0,3$  ( $\Rightarrow$  Risikobereitschaft)Präferenzwert:  $\varphi(a_1) = 109 + 0,3 \cdot 297 = 198,1$ Nun muss gelten, dass  $\Phi[S(a_i)] = 198,1 = \Phi[a_i]$ . Dazu ist wieder  $S(a_i)$  in diePräferenzfunktion einzusetzen, mit  $\mu = S(a_i)$  und  $\sigma = 0$ . $\Phi[S(a_i)] = S(a_i) + 0,3 \cdot 0 = 198,1 \Leftrightarrow S(a_i) = 198,1$ 

Ein sicherer Betrag (ohne jedes Risiko) von 198,1 stiftet also (subjektiv) den gleichen Nutzen (= Präferenzwert), wie die unsichere Alternative  $a_1$ , wenn sie nach dem  $\mu$ - $\sigma$ -Prinzip in der hier angegebenen Form bewertet wird. Nun ist das Sicherheitsäquivalent größer als der Erwartungswert der unsicheren Alternative,  $S(a_i) = 198,1 > 109 = \mu_i$ .

Dies gilt wieder allgemein bei risikofreudigem Verhalten. Man müsste dem risikogeneigten Entscheidungsträger also einen Betrag oberhalb des Erwartungswertes bieten, damit er zur Aufgabe des (für ihn nutzenstiftenden) Risikos bereit wäre.

### Beispiel 3a: Risikoscheues Verhalten

Risikonutzenfunktion (RNF):  $u(e) = \sqrt{e}$  (Risikoaversion)

Als Nutzenwerte ergeben sich:  $u_1 = \sqrt{10}$ ,  $u_2 = \sqrt{1000}$

Präferenzwert:  $\varphi(a_1) = \sqrt{10} \cdot 0,9 + \sqrt{1000} \cdot 0,1 = 6,01$

Als Sicherheitsäquivalent der Alternative  $a_1$  bezeichnet man den sicheren Betrag, der ebenfalls zum Präferenzwert von 6,01 führt, wobei der Nutzenwert des Sicherheitsäquivalents wie oben  $u(S) = \sqrt{S}$  beträgt. Eingesetzt in die Präferenzfunktion (= Erwartungswert des Nutzens) ergibt sich:  $\varphi(S) = \sqrt{S} \cdot 0,9 + \sqrt{S} \cdot 0,1 = 6,01 = \varphi(a_1)$ , aufgelöst nach S:

$$\sqrt{S} = 6,01 \Leftrightarrow S = 36,12$$

Es noch einmal kurz angemerkt, dass entsprechend dem risikoscheuen Verhalten wieder gilt:

$$S(a_1) = 36,12 < 109 = \mu_i$$

### Beispiel 3b: Risikofreudiges Verhalten

Risikonutzenfunktion (RNF):  $u(e) = 0,1 \cdot e^2$  (Risikobereitschaft)

Als Nutzenwerte ergeben sich:  $u_1 = 10$ ,  $u_2 = 100000$

Präferenzwert:  $\varphi(a_1) = 10 \cdot 0,9 + 100000 \cdot 0,1 = 10009$

Als Sicherheitsäquivalent der Alternative  $a_1$  bezeichnet man den sicheren Betrag, der ebenfalls zum Präferenzwert von 10009 führt, wobei der Nutzenwert des Sicherheitsäquivalents wie oben  $u(S) = 0,1 \cdot S^2$  beträgt. Eingesetzt in die Präferenzfunktion ergibt sich:  $\varphi(S) = 0,1 \cdot S^2 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot S^2 \cdot 0,1 = 10009 = \varphi(a_1)$

$$\Leftrightarrow S^2 \cdot (0,1 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,1) = 10009 \Leftrightarrow S^2 = 100090$$

$$\Leftrightarrow S = \sqrt{100090} = 316,37$$

Da risikofreudiges Verhalten unterstellt wurde, ist  $S(a_1) = 316,37 > 109 = \mu_i$