

Skript

Einführung in

das

Zinsrechnen

Zinsen sind der Preis für die
befristete Überlassung von Kapital.

Unsere Sparer sind dumm und unverschämt. Dumm sind sie, weil sie uns ihr Geld geben. Unverschämt sind sie, weil sie dafür Zinsen haben wollen.
Hermann Josef Abs (1901 - 1994), deutscher Bankier

Man sagt z. B.: „Ein Betrag von 10 000 € (**Kapital**) bringt bei dreimonatiger Anlage (**befristete Zeit**) auf einem Sparbuch **Zinsen** in Höhe von 100 €.

Die Höhe der Zinsen (**z**) hängt also zunächst von der Höhe des Kapitals und dem Zeitraum der Kapitalüberlassung ab.

Als **Kapital (k)** bezeichnet man den Betrag, der (bei Ersparnissen) **angelegt** oder (bei Krediten) **aufgenommen** werden soll.

Als **Zeitraum der Kapitalüberlassung** bezeichnen wir die in **Tagen** gemessene Zeit (**t**), für die ein Geldbetrag zur Verfügung gestellt wird. Dabei werden ganze Monate mit 30 Tagen und ganze Jahre mit 360 Tagen gemessen.

Schließlich spielt der so genannte Zinssatz (**p**) für die Höhe der Verzinsung eine wichtige Rolle. Der Zinssatz **p** gibt an, wie viel Zinsen jeweils **100 € Kapital in 1 Jahr** erbringen.

Beispiel: Wenn jemand ein Guthaben zum Zinssatz von 6 % anlegt, so bedeutet dies, dass er für jeweils 100 € Kapital am Ende jeweils eines Jahres 6,00 € Zinsen bekommt.

Zur Berechnung der Zinsen bei gegebenem Kapital **k**, Zinssatz **p** und Zeitraum **t** gilt die

nachfolgende Formel:
$$z = \frac{k \cdot p \cdot t}{360 \cdot 100}$$

- Aufgaben:
1. Sie legen 22 810,00 € für zu 3,8 % für 5 Jahre an. Wie viel Zinsen erhalten Sie?
 2. Sie nehmen ein Darlehen über 12 430,00 € für 3 Jahre zu 6 % auf. Wie viel Zinsen müssen Sie zahlen?
 3. Sie legen kurzfristig 38 790,00 € zu 4,5 % für 10 Monate an. Wie viel Zinsen erhalten Sie?
 4. Unser Steuerschuldner ist in Zahlungsverzug geraten. Es sind 25.482,00 € seit 4 Monaten und 38 543,00 € seit 6 Monaten fällig. Berechnen Sie die Verzugszinsen, wenn 8 % Verzugszinsen berechnet werden?
 5. Ein Verein legt für 160 Tage 220 000,00 € zu einem Zinssatz von 3,5 % an. Wie viel Zinsen sind am Ende der Laufzeit fällig.
 6. Sie geben einem Bekannten ein Darlehen über 500 000,00 € für 140 Tage zu 5 %. Welchen Zinsanspruch erwerben Sie gegenüber ihm?

Die meisten großen Banken erwirtschaften ihren Gewinn u. a. dadurch, dass Sie Geldbeträge von den Sparern gegen Zinszahlung annehmen und Darlehen gegen Zinszahlung an Investoren vergeben.

Mit drei Prozent Zinsen versuchte die Bank, mein Kapital zu beleidigen.
Werner Mitsch (*1936)

Rechnen Sie dazu zur Veranschaulichung die folgenden Aufgaben:

Aufgaben: Versetzen Sie sich in die Situation einer Bank.

7. Kunde Wolf kommt am 01.04. zu Ihnen und möchte 15 000,00 € zu 4 % für ½ Jahr anlegen.
Berechnen Sie die am 01.10. an Herrn Wolf zu zahlenden Zinsen.
8. Am gleichen Tag kommt der Geschäftsführer der Lamm GmbH in Ihre Bank und möchte für ebenfalls 6 Monate einen Kredit über 15 000,0 € aufnehmen. Sie bieten ihm einen Zinssatz von 9 %.
Berechnen Sie die Zinsen, die Sie am 01.10. von der Lamm GmbH erhalten.
9. Wie hoch ist der Unterschiedsbetrag zwischen den Zinsen, die Sie zahlen müssen und den Zinsen, die Sie erhalten.
Interpretieren Sie diesen Unterschiedsbetrag.

Bisher haben wir den Zeitraum der Kapitalüberlassung jeweils konkret in Tagen angegeben bekommen. Ist für diesen Zeitraum jeweils nur der Tag der Auszahlung und der Tag der Rückzahlung des Betrages angegeben, so muss der Wert für t noch bestimmt werden. Dabei geltenden die folgenden Regeln¹:

- Der Tag der Auszahlung (- also der erste Tag -) wird nicht mitgezählt, der Tag der Rückzahlung (- also der letzte Tag -) wird mitgezählt.
- Alle Monate werden mit 30 Tagen, alle Jahre werden mit 360 Tagen gezählt, mit der folgenden Ausnahme:

Ist als Rückzahlungszeitpunkt „Ende Februar“ angegeben, so wird der Februar mit 28 Tagen (in Schaltjahren mit 29 Tagen) gerechnet.

Berechnen Sie die Zinstage:

- | | | | |
|-----|---------------------------|------------------------------------------|--------------------|
| 10. | a) 10.02. - 14.04. | b) 12.03. – 25.08. | c) 28.02. – 05.03. |
| | d) 07.05. – 03.01. n.. J. | e) 08.09. – Ende Feb. n. J. (Schaltjahr) | |

¹ Diese Regeln gelten für die „Kaufmännische Zinsrechnung“; beachten Sie, dass in Zusammenhang mit Fristen in Gesetzen (insb. BGB) andere Rechenregeln gelten!

- Aufgaben:
11. Ein Beamter hat am 04.04.1993 zum Kauf eines Autos einen Kredit über 4 800 € aufgenommen, den er am 11.01.1994 einschließlich 12,5 % Zinsen zurückzahlt. Wie hoch ist die Rückzahlung?
12. Die Stadtwerke AG fordern von säumigen Kunden 6 % Verzugszinsen. Wie viel € stellt sie den Kunden zum 30.06. in Rechnung?
- Kunde A 180,20 €, fällig am 08.05.
 - Kunde B 220,30 €, fällig am 12.05.
 - Kunde C 90,70 €, fällig am 14.05.
13. Die Gemeinde P. kauft am 07.05. ein Haus, das mit drei Hypotheken belastet ist.
- Hypothek 1 über 20 000 € zu 5 ¾ %
 - Hypothek 2 über 15 000 € zu 6 ¼ %
 - Hypothek 3 über 12 000 € zu 6 ½ %
- Wie viel Hypothekenzinsen muss sie am Jahresende zahlen?
14. Ein Sparer legt am 04.08. auf seinem Sparbuch 1 480 € an. Über wie viel verfügt er am 31.12 bei einem Zinssatz von 4,5 %?

Berechnung des Kapitals, des Zinssatzes oder der Zeit

Häufig müssen nicht die Zinsen berechnet werden, sondern es ist nach dem Kapital, dem Zinssatz oder dem Zeitraum der Kapitalüberlassung gefragt.

Für diese Fälle gelten die folgenden Formeln:

$$k = \frac{z \cdot 360 \cdot 100}{p \cdot t}$$

$$p = \frac{z \cdot 360 \cdot 100}{k \cdot t}$$

$$t = \frac{z \cdot 360 \cdot 100}{k \cdot p}$$

Bearbeiten Sie nun die folgenden Aufgaben:

- Aufgaben:
15. Einem Steuerzahler wurde die Gewerbesteuerschuld für 8 Monate gestundet. Entsprechend den Verwaltungsvorschriften zur Gemeindehaushaltsverordnung ist der gestundete Betrag in der Regel mit einem Zinssatz von 2 v. H. über dem Diskontsatz der Deutschen Bundesbank zu verzinsen. Der Diskontsatz beträgt zur Zeit 6 ½ %. Wie hoch war die Steuerschuld, wenn der Steuerzahler 151,30 € Zinsen zahlen musste?

16. Auf eine Rechnung, die am 15.06 fällig war mussten bei Zahlung am 20.07. bei 6 % 22,40 € Verzugszinsen bezahlt werden. Über welchen Betrag lautete die Rechnung?
17. Der Angestellte Rainer S. hat am 10.06. 1 170,00 € auf sein Sparbuch eingezahlt. Nachdem die Zinsen am 31.12. dem Sparbuch gutgeschrieben wurden, weist das Sparbuch 1 192,75 € aus. Wie viel % Zinsen zahlt die Sparkasse?
18. Ein Kredit über 86 000 € wird zu 98 % ausgezahlt. Der Zinssatz beträgt 9 %. Wie hoch ist die ‚echte‘ Verzinsung bei einer Laufzeit von 6 Monaten?
19. Wann wurde ein Darlehen von 128 000,00 € aufgenommen, das am 17.06. einschließlich 6 % Zinsen mit 139 840,00 € zurückgezahlt worden ist?
20. Ein Gläubiger erhielt aus einer Hypothek von 40 000,00 € Zinsen in Höhe von 650 € bei 6 ½ %. Über welchen Zeitraum wurde abgerechnet?

Unternehmen gewähren mitunter Skonto für die Zahlung einer Rechnung innerhalb einer angegebenen Frist. Dabei ist zu beachten, dass der in Prozent angegebene Skontosatz sich auf die Rechnungssumme bzw. den Zielverkaufspreis bezieht. Will man einen Skontosatz mit einem Zinssatz vergleichbar machen, so muss man die unterschiedlichen Zeiträume beachten: Der Zinssatz bezieht sich jeweils auf ein Jahr (**360 Tage**), der Skontosatz ist eine Rechnungsermäßigung für eine frühzeitige Zahlung (z. B. innerhalb von **7 Tagen**).

Aber was hat Skontoabzug überhaupt mit Zinsrechnung zu tun?

Wenn ein Zahlungspflichtiger die Wahl zwischen „kurzfristiger Bezahlung einer Rechnung mit Skontoabzug“ und „Zahlung auf Ziel ohne Abzug“ hat, dann bedeutet die Wahl der letzteren Alternative einen Verzicht auf einen Preisnachlass für die Inanspruchnahme eines *Lieferantenkredites*. Ob sich der Verzicht auf Skonto und die Inanspruchnahme des Lieferantenkredites wirtschaftlich lohnt, ermittelt man durch Vergleich mit den Konditionen bei einem Bankkredit.

- Aufgabe: 21. Sie erhalten eine Rechnung über 10 000 €. Als Zahlungsbedingung ist vereinbart „zahlbar sofort abzüglich 3 % Skonto oder in 30 Tagen netto Kasse“.
- Sie können zum einheitlichen Zinssatz von 10 % bei Ihrer Bank Geld leihen oder anlegen.
- Wann sollte die Rechnung bezahlt werden, wenn Sie zur Zeit kein Geld haben, aber in 30 Tagen über die 10 000 € verfügen können?
 - Wann sollte die Rechnung bezahlt werden, wenn Sie schon jetzt über genug Geld zur Bezahlung der Rechnung verfügen?

Lösungshinweis:

Überlegen Sie, welche beiden Handlungsalternativen Sie jeweils haben und berechnen Sie jeweils die finanziellen Folgen. Welche der Alternativen ist für Sie günstiger und deshalb empfehlenswert?

Alternativ: Stellen Sie die gleichen Überlegungen noch einmal für den Fall an, dass Sie 38 % Bankzinsen für die Anlage und Aufnahme von Geld erhalten bzw. zahlen.

- Aufgabe: 22. Der Angestellte P. Müller hat eine Stereoanlage für 3 280 € erworben. Zahlungsbedingungen: Bei sofortiger Zahlung 3 % Skonto, Ziel 30 Tage. Er hat zur Zeit nur 1 880 € bar zur Verfügung. In 20 Tagen steht ihm jedoch der Restbetrag auch zur Verfügung. Er könnte für die Zwischenzeit einen Bankkredit zu 11 % aufnehmen. Lohnt sich die Aufnahme des Kredits, um Skonto auszunutzen? Wie viel € kann er sparen?

Gegen den Einwand, dass es sich bei entgangenen Zinsen durch verspätete Zahlungen nur um „Pfennig-Beträge“ handelt, kann man leicht einwenden, dass hier die Masse zu großen Beträgen führt:

- Aufgabe: 23. In Deutschland müssen 4,8 Mio. Hundebesitzer eine Hundesteuer von durchschnittlich 42 € pro Jahr zahlen. Nehmen Sie an, die Hundebesitzer zahlen Ihre Steuer in 2002 durchschnittlich 10 Tage später als in 2001. Nehmen Sie weiter an, die Gemeinden können Geld zu einem Zinssatz von 7 % bei den Banken anlegen.
- Wie hoch sind die entgangenen Zinsen bei den Gemeinden durch die schlechtere Zahlungsmoral bei den Hundebesitzern.v

Aufgaben: 24. Die Stadt will ein Wohn- und Geschäftshaus kaufen. Sie hat zum Ziel, dass sich das eingesetzte Kapital mit 7 % verzinst. Die monatlichen Mieteinnahmen betragen 3 800,00 €. An Abgaben und Abschreibungen fallen jährlich 2 400 € an. Für Reparaturen werden jährlich 10 % der Mieteinnahmen veranschlagt. Wie viel EURO darf die Stadt maximal investieren?

25. Ein Lieferant sendet der Gemeinde S. folgende Mahnung:

Rechnung, fällig am 15.07.	3564,00 €
+ 6 % Verzugszinsen	29,70 €
<hr/>	
= Forderungsbetrag zum 30.08	3593,70 €

Prüfen Sie die Mahnung auf rechnerische Richtigkeit. Für wie viel Tage wurden Verzugszinsen berechnet? Über wie viel € muss die Auszahlungsanordnung zum 30.08. lauten?

26. Für den Bau einer Turnhalle nimmt die Gemeinde F. folgende Kredite auf:

220 000,00 € am 17.01.1993 zu 8 %
160 000,00 € am 23.06.1993 zu 8½ %
90 000,00 € am 04.03.1994 zu 9 %

Wie hoch ist die Rückzahlung am 31.12.1995?

27. In der Tageszeitung finden Sie folgendes Kreditangebot: „Sofort Bargeld! 8 % Zinsen und eine Bearbeitungsgebühr von 1 % der Kreditsumme“. Wie hoch ist die ‚wirkliche‘ Verzinsung für 1 800,00 € für die Zeit vom 17.02. bis 17.05.

28. Für welchen Zeitraum müssen 3 780,00 € zu 10 % angelegt werden, damit sie ebensoviel Zinsen bringen wie 3 375,00 € zu 12 % in der Zeit vom 03.02. bis 09.06.?

29. In einem Vollstreckungsauftrag vom 05.06. heißt es u. a.:

„10 % Zinsen aus der Hauptforderung seit dem 08.02. bis heute 24,38 €“
Berechnen Sie die Hauptforderung

30. Die Gemeindekasse hatte an einigen Tagen im Monat August folgende Beträge in der Kasse, die zur Aufrechterhaltung der Liquidität nicht erforderlich gewesen wären.

Wie viel Zinsen sind der Gemeinde entgangen, wenn sie die Gelder zu $4\frac{1}{2}\%$ auf dem Bankkonto hätte halten können?

07.8.-12.08.	11 500,00 €
15.08.-21.08	14 400,00 €
24.08.-27.08	8 000,00 €

31. Fritz Reich ist Eigentümer eines Hauses im Werte von 310 000,00 €. Darauf ruhen als 1. Hypothek 120 000,00 € zu 5 % und als 2. Hypothek 60 000,00 € zu 7 %. Die jährlichen Abgaben für Steuern usw. betragen 1 870,00 €, für Reparaturen sind 1 430,00 € anzusetzen. Die Mieterträge für das Jahr betragen 24 550,00 €. Wie verzinst sich das angelegte Eigenkapital?

32. Welchen Betrag erhalten Sie, wenn Sie 8 500,00 € zu einem Zins von $4\frac{1}{2}\%$ für den Zeitraum 25.10. bis Ende Februar n. J. anlegen?

33. Sie möchten in exakt 6 Monaten über 250,00 € Zinsen verfügen können. Welchen Betrag müssen Sie heute anlegen, wenn Ihre Bank einen Sparzins von 5 % bietet?

34. Der Computer-Lieferant Nobis schickt der Stadt Velbert am 15.04. eines Jahres eine Rechnung über 23 000 €, die diese entweder innerhalb von 30 Tagen in voller Höhe oder binnen 10 Tagen mit einem Skontoabzug von 2 % bezahlen kann. Welche Zahlungsalternative würden Sie der Stadt Velbert empfehlen, wenn sie jeder Zeit Geld zu 6 % p.a. bei einer Bank anlegen oder aufnehmen könnte?

35. Wie hoch ist der Zinssatz, den Ihre Bank berechnet, wenn Sie Ihnen für 15 000 € nach einer Laufzeit von 256 Tagen einen Betrag von 15 480 € zurückzahlt?

36. Die Stadt Oberhausen hat für den Zeitraum von 90 Tagen (30.03. – 30.06.) frei verfügbare Mittel in Höhe von 560 000 €. Sie hat für die Anlage der Mittel zwei Möglichkeiten:

- a) Anlage bei der Sparkasse Oberhausen zu einem Zinssatz von 6 % oder
- b) Kauf von Wertpapieren am 30.03. zu 560 000 € und einer Rückzahlung von 575 000 € am 30.06., wobei am Ende der Laufzeit noch 4 800 € Gebühren fällig werden.

Welche Anlagealternative würden Sie der Stadt empfehlen? Berechnen Sie jeweils

die Effektivverzinsung!

37. Wann wurde ein Betrag von 9 000 € angelegt, der am 28.02.02 bei einem Zinssatz von 5 % einen Zinsertrag von 153,75 € brachte?

Vermehrter und verminderter Grundwert (Kapital)

Manchmal ist als vermeintliches Kapital ein Wert angegeben, der einem vermehrten oder verminderten Grundwert entspricht. In diesem Fall enthält der Wert neben dem Kapital bereits die Zinsen oder der Wert entspricht dem bereits durch Abzüge vermindertem Kapital. Betrachten Sie dazu die folgenden Aufgaben:

- Aufgaben:
38. Bei Ihnen geht eine Gutschrift über 8 267,00 € für eine um 63 Tage verspätete Überweisung ein. Sie haben mit dem Schuldner Verzugszinsen in Höhe von 6 % vereinbart. Wie hoch war der Rechnungsbetrag?
(Lösungshinweis: Die Gutschrift umfasst K + Z!)
39. Wie hoch war ein Darlehen, wenn nach Abzug von 4,375 % Zinsen für 46 Tage 4 355,00 € ausgezahlt wurden?
(Lösungshinweis: Die Auszahlung beträgt K - Z!)
40. Ein am 15 Juli zu 5 % ausgeliehenes Kapital wird am 27. Dezember mit 3 435,00 € zurückgezahlt. Wie hoch war das Darlehen?
41. Die Sparkasse Z. gewährt dem Kaufmann M. ein Darlehen. Für die ersten 3 Monate werden die Zinsen einbehalten, so dass M. bei einem Zinssatz von 5 % 29 625,00 € erhält. Wie groß ist die Darlehenssumme?

Lösung zu Aufg. 34

Allgemeiner Hinweis: Es ist wichtig zu erkennen, dass die Stadt Velbert zunächst grundsätzlich zwei sinnvolle Zahlungsalternativen hat:

1. Zahlung von 22 540 € am 25.04. (mit Skontoabzug)
2. Zahlung von 23 000 € am 15.05. (ohne Skontoabzug)

Angenommen, die Stadt verfügt über keine eigenen Mittel.

Die Stadt Velbert hat zwei Alternativen:

- Ausnutzung von Skonto und Zahlung von 22 540,00 € am 25.04. Da die Stadt kein Geld hat, muss sie für den Zeitraum von 20 Tagen einen Kredit über 22 540,00 € aufnehmen. Sie muss am 15.05. dann der Bank 22 540,00 € + 75,13 € (Zinsen) = 22 615,13 € zurückzahlen.
- Verzicht auf Skontoabzug und Zahlung von 23 000,00 € am 15.05.

Fazit: Der Vorteil der Ausnutzung von Skonto (Skontoertrag 460,00 €) ist deutlich größer als der Nachteil der Kreditaufnahme (Zinsaufwand: 75,13 €). Oder: Die Zahlung von 22 615,13 € am 15.05. an die Bank ist geringer als die Zahlung von 23 000,00 € an den Lieferanten. Die Stadt sollte also den Betrag unter Abzug von Skonto bezahlen!

Angenommen, die Stadt verfügt über eigene Mittel.

Die Stadt Velbert hat nun ebenfalls zwei Alternativen:

- Zahlung von 22 540,00 € am 25.04. an den Lieferanten
- Anlage der 22 540,00 € vom 25.04. bis 15.05 zu 6 %. Die Stadt erhält dann am 15.05. von der Bank 22 540,00 € + 75,13 € (Zinsen) = 22 615,13 € zurück. Sie muss allerdings am 15.05. 23 000,00 € bezahlen.

Fazit: Der Verzicht auf Skonto (460,00 €) und die Anlage des Betrages für einen Zinsertrag von 75,13 € lohnt auch hier nicht. Die Stadt sollte also den Betrag auch hier unter Abzug von Skonto bezahlen.

Allgemeine Lösung: Der Vergleich der Ersparnis durch Skontoabzug (460,00 €) mit den Kredit- oder Anlage-Zinsen (75,13 €) führt jeweils zu der richtigen Lösung, dass die Skontoausnutzung wirtschaftlich sinnvoll ist.